

Abbildung 3.1

Eine Auswahl der in PISA eingesetzten Aufgaben im Bereich mathematische Grundbildung

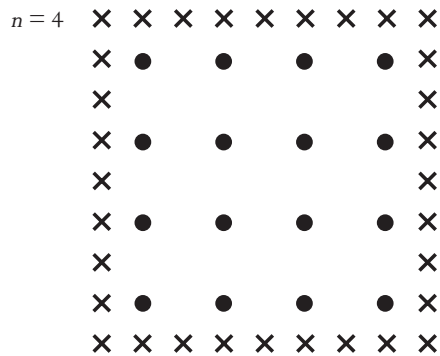
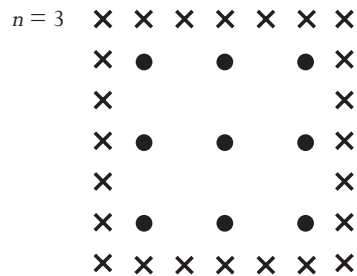
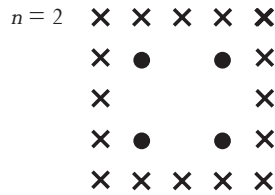
ÄPFEL

Ein Bauer pflanzt Apfelbäume an, die er in einem quadratischen Muster anordnet. Um diese Bäume vor dem Wind zu schützen, pflanzt er Nadelbäume um den Obstgarten herum.

Im folgenden Diagramm siehst du das Muster, nach dem Apfelbäume und Nadelbäume für eine beliebige Anzahl (n) von Apfelbaumreihen gepflanzt werden:

✕ = Nadelbaum

● = Apfelbaum



SCHWIERIGKEITSGRAD

FRAGE 3

ÄPFEL

Angenommen, der Bauer möchte einen viel größeren Obstgarten mit vielen Reihen von Bäumen anlegen. Was wird schneller zunehmen, wenn der Bauer den Obstgarten vergrößert: die Anzahl der Apfelbäume oder die Anzahl der Nadelbäume?

Erkläre, wie du zu deiner Antwort gekommen bist.

Punktekategorie 2 (723*)

– Korrekte Antworten (Apfelbäume), wobei algebraische Erklärungen auf der Basis der Formeln n^2 und $8n$ gegeben werden.

Punktekategorie 1

– Korrekte Antworten (Apfelbäume) auf der Basis von spezifischen Beispielen oder dem Weiterführen der Tabelle.

– Richtige Antworten (Apfelbäume) zusammen mit Anhaltspunkten, die zeigen, dass die Beziehung zwischen n^2 und $8n$ verstanden wurde, aber nicht so klar ausgedrückt wie in Punktekategorie 2.

höchster

750

Bei dieser Aufgabe wird von den Schülerinnen und Schülern erwartet, dass sie tieferes Verständnis für mathematische Funktionen unter Beweis stellen, indem sie die Zunahme einer linearen mit der einer quadratischen Funktion vergleichen. Es wird von ihnen verlangt, eine Verallgemeinerung des Problems verbal zu formulieren und mit Hilfe algebraischer Formeln zu belegen. Die Schülerinnen und Schüler müssen sowohl die in der Beschreibung des Musters verwendeten algebraischen Formeln als auch die zu Grunde liegenden funktionalen Beziehungen so weit verstehen, dass sie die Verallgemeinerung dieser Zusammenhänge in einem unbekanntem Kontext erkennen und erklären können. Eine Argumentationskette ist erforderlich, die in einer schriftlichen Erläuterung kommuniziert werden muss.

FRAGE 2

ÄPFEL

Es gibt zwei Formeln, die man verwenden kann, um die Anzahl der Apfelbäume und die Anzahl der Nadelbäume für das oben beschriebene Muster zu berechnen:

- Anzahl der Apfelbäume = n^2
- Anzahl der Nadelbäume = $8n$
- wobei n die Anzahl der Apfelbaumreihen bezeichnet.

Es gibt einen Wert für n , bei dem die Anzahl der Apfelbäume gleich groß ist wie die Anzahl der Nadelbäume. Bestimme diesen Wert und gib an, wie du ihn berechnet hast.

Punktekategorie 2 (655*)

– Antworten mit $n=8$, algebraische Methode explizit angegeben.

– Antworten mit $n=8$, algebraische Methode aber nicht klar sichtbar oder keine Berechnungen angegeben.

– Antworten mit $n=8$ mit anderen Lösungswegen, z.B. Fortsetzen des Musters in der Tabelle oder Zeichnung.

mittlerer

570

Bei dieser Aufgabe wird von den Schülerinnen und Schülern erwartet, dass sie Ausdrücke interpretieren, die Worte und Symbole enthalten, und dass sie verschiedene Darstellungsformen (Zeichnung, Text und Algebra) jeweils für zwei Funktionen (eine quadratische und eine lineare) miteinander verknüpfen. Die Schülerinnen und Schüler müssen eine Strategie entwickeln, um zu bestimmen, wann die beiden Funktionen die gleiche Lösung haben (z.B. durch Ausprobieren oder mit Hilfe algebraischer Formeln), und das Ergebnis dann unter Erläuterung des Lösungswegs und der verschiedenen Rechenschritte kommunizieren.

FRAGE 1

ÄPFEL

Vervollständige die Tabelle:

n	Anzahl der Apfelbäume	Anzahl der Nadelbäume
1	1	8
2	4	16
3	9	24
4	16	32
5	25	40

Punktekategorie 2 (548*)

– Antworten mit 7 korrekten Einträgen.

niedrigster

380

Den Schülerinnen und Schülern wird eine hypothetische Situation präsentiert, in der es darum geht, Apfelbäume in einem quadratischen Muster anzupflanzen, mit einer Reihe schützender Nadelbäume um den Obstgarten herum. Die Aufgabe besteht darin, eine Tabelle mit Werten zu vervollständigen, die mit Hilfe der Funktionen generiert wurde, die beschreiben, wie die Zahl der Bäume bei Vergrößerung des Obstgartens zunimmt. Die Schülerinnen und Schüler müssen eine schriftliche Beschreibung einer Situation interpretieren, diese mit einer tabellarischen Darstellung einiger Informationen verknüpfen, ein Muster erkennen und dieses dann weiterführen. Sie müssen mit den gegebenen Modellen arbeiten und zwei unterschiedliche Darstellungsformen (Zeichnung und Tabelle) zweier Funktionen (einer quadratischen und einer linearen) zur Fortsetzung des Musters miteinander verknüpfen.

Quelle: OECD PISA, 2001.

* Schwellenwerte auf der Basis von $RP = 0,62$, (vgl. Kasten 2.1).